Entscheidungsregion

Autor und Herausgeber

Alexander Jung*, Department of Computer Science, Aalto University, Espoo, Finland (ORCID 0000-0001-7538-0990)
Editors: Konstantina Olioumtsevits (ORCID 0000-0003-2697-8659), Ekkehard Schnoor (ORCID 0000-0001-8252-1499), Aalto University, Espoo, Finland
*Corresponding author: alex.jung@aalto.fi

Zusammenfassung

Eine Entscheidungsregion eines classifier ist die Menge aller Merkmalsvektoren, die der classifier einem bestimmten Label-Wert zuordnet. Die Entscheidungsregionen partitionieren den feature space, eine Region pro Label-Wert, und alle Merkmalsvektoren in derselben Region erhalten dieselbe prediction, sodass die Entscheidungsregionen den classifier vollständig bestimmen. Die Vereinigung der boundaries der Entscheidungsregionen ist die Entscheidungsgrenze. Die Form der Entscheidungsregionen hängt vom Modell ab: Ein linearer Klassifikator hat halfspaces, ein Entscheidungsbaum hat Vereinigungen achsenparalleler Rechtecke, und logistische Regression auf polynomialen Merkmale hat Regionen, die durch eine Kurve getrennt sind.

Definition

Eine Frostwarnung prognostiziert anhand der Lufttemperatur um 06:00 und um 15:00 Uhr (UTC) eines Tages, ob die folgende Nacht Frost bringt. Jede Regel, die diese Warnung ausgibt, teilt die Temperaturpaare in zwei Teile: die Paare, für die sie Frost vorhersagt, und die Paare, für die sie keinen Frost vorhersagt. Jeder Teil ist eine Entscheidungsregion der Regel. Im Allgemeinen ist ein classifier eine Hypothese $h\colon \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ mit einem endlichen label space $\mathcal{Y}$. Seine Entscheidungsregion für den Label-Wert $\widehat{y} \in \mathcal{Y}$ ist die Menge der Merkmalsvektoren, die er diesem Wert zuordnet,

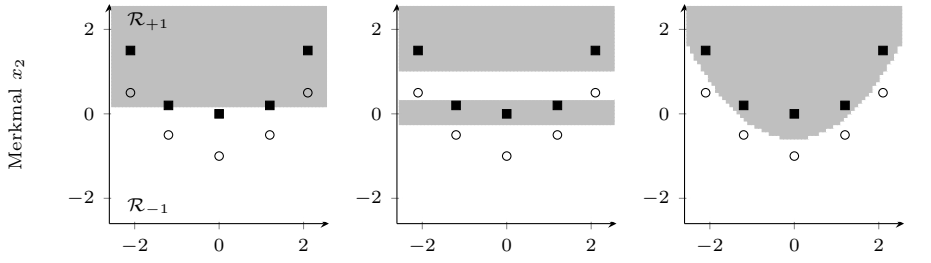
$$\mathcal{R}_{\widehat{y}} := \big\{\mathbf{x} \in \mathcal{X} : h(\mathbf{x}) = \widehat{y}\big\}.$$

Die Entscheidungsregionen partitionieren den feature space: Jeder Merkmalsvektor liegt in genau einer von ihnen, es gibt eine Region pro Label-Wert, und eine Region kann aus mehreren separaten Teilen bestehen (Bishop, 2006, Sect. 1.5.1). Alle Merkmalsvektoren in derselben Entscheidungsregion erhalten dieselbe prediction, sodass die Entscheidungsregionen den classifier vollständig bestimmen. Die boundary $\partial\mathcal{R}_{\widehat{y}}$ einer Entscheidungsregion ist die Menge der Merkmalsvektoren, sodass jede neighborhood Elemente von $\mathcal{R}_{\widehat{y}}$ und ihres Komplements enthält. Die Vereinigung dieser boundaries über alle Label-Werte ist die Entscheidungsgrenze.

Die Form der Entscheidungsregionen hängt vom Modell ab. Ein linearer Klassifikator mit $h(\mathbf{x}) = \mathrm{sign}(\mathbf{w}^{\top}\mathbf{x} + w_0)$ hat die beiden halfspaces auf beiden

Seiten der hyperplane $\mathbf{w}^\top \mathbf{x} + w_0 = 0$ als seine Entscheidungsregionen (Bishop, 2006, Sect. 4.1.1). Für mehr als zwei Label-Werte prognostiziert ein linearer Klassifikator den Wert mit dem größten von K linearen Scores. Jede Entscheidungsregion ist dann ein Schnitt von $K-1$ halfspaces und daher konvex (Bishop, 2006, Sect. 4.1.2). Ein Entscheidungsbaum vergleicht bei jeder Aufteilung ein Merkmal mit einem Schwellenwert, sodass seine Entscheidungsregionen Vereinigungen achsenparalleler Rechtecke sind (Hastie et al., 2009, Sect. 9.2.1). Logistische Regression auf polynomialen Merkmale hat Entscheidungsregionen, die durch eine Kurve getrennt sind, die Niveaumenge eines Polynoms.

Abb. 1 zeigt die Entscheidungsregionen von drei classifiers, die aus denselben Datenpunkte mit zwei Merkmale gelernt wurden: einem linearer Klassifikator, einem Entscheidungsbaum und logistische Regression auf polynomialen Merkmale. Ein Datenpunkt, dessen Label vom Label-Wert der Region abweicht, die seinen Merkmalsvektor enthält, wird falsch klassifiziert, und der Anteil solcher Datenpunkte ist der durchschnittliche 0/1 loss. Die beiden Label-Werte sind durch eine Kurve und nicht durch eine gerade Linie getrennt, sodass der linearer Klassifikator die Hälfte der Datenpunkte falsch klassifiziert, während die anderen beiden keine falsch klassifizieren.



(a) linearer Klassifikator (b) Entscheidungsbaum (c) logistische Regression on polynomial Merkmale

Abbildung 1: Entscheidungsregionen von drei classifiers, die aus denselben zehn Datenpunkte mit zwei Merkmale gelernt wurden. Gefüllte Quadrate sind Datenpunkte mit Label $y = +1$, und offene Kreise sind Datenpunkte mit Label $y = -1$. Der schattierte Bereich ist die Entscheidungsregion $\mathcal{R}_{+1}$, der unschattierte Bereich die Entscheidungsregion $\mathcal{R}_{-1}$, und die Grenze zwischen ihnen die Entscheidungsgrenze. (a) Ein linearer Klassifikator, dessen Regionen zwei Halbebenen sind. (b) Ein Entscheidungsbaum der Tiefe vier, dessen Regionen Vereinigungen achsenparalleler Rechtecke sind. (c) Logistische Regression auf allen Monomen der beiden Merkmale bis zum Grad zwei, dessen Regionen durch eine Kurve getrennt sind. Daten generiert von `pythondemos/decisionregion.py`

Siehe auch: classifier, Klassifikation, binäre Klassifikation, Entscheidungsgrenze, boundary, neighborhood, linearer Klassifikator, Entscheidungsbaum, logistische Regression, halfspace, hyperplane, feature space, label space, 0/1 loss.

Querverweise

Literatur

1. Bishop (2006). Pattern Recognition and Machine Learning. Springer Science+Business Media, New York, NY, USA.

2. Hastie et al. (2009). The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction. 2nd ed., Springer Science+Business Media, New York, NY, USA.