Entscheidungsgrenze

Autor und Herausgeber

Alexander Jung*, Department of Computer Science, Aalto University, Espoo, Finland (ORCID 0000-0001-7538-0990)
Editors: Konstantina Olioumtsevits (ORCID 0000-0003-2697-8659), Ekkehard Schnoor (ORCID 0000-0001-8252-1499), Aalto University, Espoo, Finland
*Corresponding author: alex.jung@aalto.fi

Zusammenfassung

Die Entscheidungsgrenze eines classifier besteht aus den Merkmalsvektoren, die beliebig nahe an zwei oder mehr Entscheidungsregionen liegen. Eine beliebig kleine Störung eines solchen Merkmalsvektor kann daher das vorhergesagte Label ändern. Viele classifiers schwellen eine reellwertige Bewertungs-function ab, und die Entscheidungsgrenze ist dann eine Niveaumenge dieser function. Ihre Form hängt vom Modell ab: ein linearer Klassifikator hat eine hyperplane als seine Entscheidungsgrenze, ein Entscheidungsbaum eine aus achsenparallelen Liniensegmenten, und logistische Regression auf polynomialen Merkmale eine gekrümmte.

Definition

Eine Frostwarnung sagt anhand der Lufttemperatur um 06:00 und um 15:00 (UTC) eines Tages voraus, ob die folgende Nacht Frost bringt. Die Temperaturpaare, bei denen die Warnung zwischen Frost und Nicht-Frost wechselt, bilden ihre Entscheidungsgrenze. Im Allgemeinen ist ein classifier eine Hypothese $h\colon \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ mit einem endlichen label space $\mathcal{Y}$. Ihre Entscheidungs-boundary besteht aus den Merkmalsvektoren, die beliebig nahe an zwei oder mehr ihrer Entscheidungsregionen liegen. Genauer gesagt, liegt $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ auf der Entscheidungsboundary, wenn jede neighborhood von $\mathbf{x}$ Merkmalsvektoren $\mathbf{x}'$ und $\mathbf{x}''$ enthält, sodass $h(\mathbf{x}') \neq h(\mathbf{x}'')$. Eine beliebig kleine Störung eines solchen Merkmalsvektor kann daher das vorhergesagte Label ändern.

In der Notation von Entscheidungsregionen ist jede Entscheidungsregion $\mathcal{R}_{\widehat{y}} := \{\mathbf{x} \in \mathcal{X} : h(\mathbf{x}) = \widehat{y}\}$ eine Teilmenge von $\mathcal{X} = \mathbb{R}^d$. Ihre boundary $\partial\mathcal{R}_{\widehat{y}}$ ist die Menge der Merkmalsvektoren, sodass jede neighborhood Elemente von $\mathcal{R}_{\widehat{y}}$ und von ihrem Komplement $\mathcal{X} \setminus \mathcal{R}_{\widehat{y}}$ enthält. Die Entscheidungs-boundary ist die Vereinigung $\bigcup_{\widehat{y}\in\mathcal{Y}} \partial\mathcal{R}_{\widehat{y}}$ dieser boundaries über alle Label-Werte.

Viele classifiers werden aus einer reellwertigen Bewertungs-function $g\colon \mathcal{X} \to \mathbb{R}$ aufgebaut: das vorhergesagte Label hängt davon ab, ob $g(\mathbf{x})$ unter oder über einem Schwellenwert c liegt. Wenn g continuous ist, ist die Entscheidungsboundary die Niveaumenge $\{\mathbf{x} : g(\mathbf{x}) = c\}$, vorausgesetzt, dass g Werte auf beiden Seiten von c beliebig nahe an jedem Punkt in dieser Menge annimmt. Für einen linearer Klassifikator mit $g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^\top\mathbf{x}$ und $\mathbf{w} \neq \mathbf{0}$ ist diese Niveaumenge die hyperplane $\mathbf{w}^\top\mathbf{x} = c$, deren normal vector $\mathbf{w}$ ist (Bishop, 2006, Sect. 4.1;

Hastie et al., 2009, Ch. 4).

Abb. 1 zeigt, dass die Form einer Entscheidungs-boundary vom Modell abhängt. Ein linearer Klassifikator hat eine gerade Entscheidungs-boundary, ein Entscheidungsbaum eine aus achsenparallelen Liniensegmenten (Hastie et al., 2009, Sect. 9.2.1), und logistische Regression auf polynomialen Merkmale kann eine gekrümmte haben (Hastie et al., 2009, Sect. 4.1).

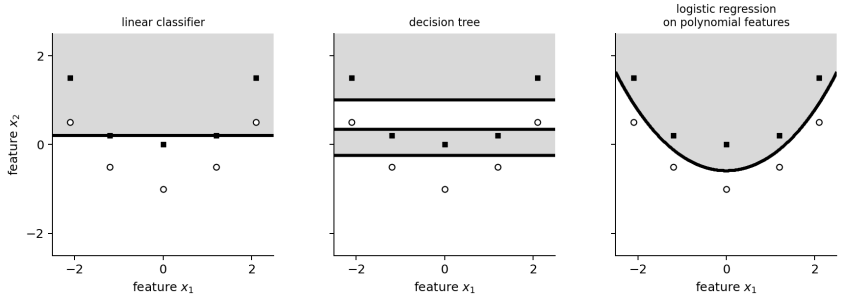

Abbildung 1: Entscheidungsregionen, gelernt aus demselben Zehn-Punkte-Trainingsdatensatz von drei classifiers. Grau kennzeichnet den Bereich, dem das Label +1 zugewiesen wurde; die dicken schwarzen Linien sind die gelernten Entscheidungs-boundaries. Offene Kreise haben das Label −1, und gefüllte Quadrate haben das Label +1. Das Experiment wird generiert von `pythondemos/decisionboundary.py`

Siehe auch: Hypothese, Merkmalsvektor, label space, boundary, Entscheidungsregion, neighborhood.

Querverweise

Literatur

1. Bishop (2006). Pattern Recognition and Machine Learning. Springer Science+Business Media, New York, NY, USA.

2. Hastie et al. (2009). The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction. 2nd ed., Springer Science+Business Media, New York, NY, USA.